

**PROGRAMMA DI ALGEBRA 2**  
**A.A. 2014 - 15**  
**CdL Matematica - Università di Palermo**  
*dott. Giuseppe Metere*

***Teoria dei gruppi.***

Richiami teoria dei gruppi:  $S_n$ ,  $A_n$ .

Non semplicità di  $A_4$ . Interpretazione di  $V < A_4 < S_4$  come gruppo delle simmetrie di un tetraedro.

Gruppi liberi: costruzione e proprietà universale.

Presentazioni di gruppi. proprietà universale del quoziente, teorema di van Dyck.

Il gruppo dei quaternioni  $Q_8$ .

Prodotto diretto di gruppi: proprietà universale, prodotto diretto interno, prodotto diretto di una famiglia.

Gruppo degli automorfismi di un gruppo, automorfismi interni e centro di un gruppo.

Azioni di gruppi e simmetrie. teorema "orbita-stabilizzatore".

Equazione delle classi di un gruppo e teorema di Cayley. teorema di Cayley generalizzato.

Classificazione sottogruppi finiti di  $SO_3(R)$  - Equazione delle classi del gruppo icosaedrale e sua semplicità.  $A_5$ .

Teorema di Cauchy, esempi. I tre teoremi di Sylow

Classificazione dei gruppi abeliani finiti.

Classificazione dei gruppi finiti con  $|G| < 16$ .

***Teoria dei campi.***

Campo delle frazioni di un Dominio: esistenza e proprietà universale.

Estensioni di campi. Estensioni di grado finito. Teorema dei gradi.

Estensioni algebriche e trascendenti, estensioni semplici. Estensioni finitamente generate.

Questioni di (ir)riducibilità per polinomi a coefficienti in un campo. Lemma di Gauss, criterio di Eisenstein, riduzione modulo  $p$ .

Il campo dei numeri algebrici. Proprietà transitiva delle estensioni algebriche.

Costruzione di radici. Campi algebricamente chiusi: definizione e caratterizzazione.

Campo di spezzamento: esistenza e "unicità".

Radici  $n$ -esime dell'unità. Radici primitive. Polinomi ciclotomici.

Polinomi separabili, monomorfismo di Frobenius. Polinomi ciclotomici su  $Q$  e loro irriducibilità.

Teorema dell'elemento primitivo (senza dimostrazione).

Costruzioni con riga e compasso. Numeri costruibili e loro caratterizzazione algebrica.

Problemi classici: duplicazione del cubo, quadratura del cerchio, trisezione dell'angolo.