

PROGRAMMA DI ALGEBRA 2
A.A. 2017 - 18
CdL Matematica - Università di Palermo
dott. Giuseppe Metere

Teoria dei gruppi.

- Richiami teoria dei gruppi: S_n , A_n , non semplicità di A_4 , interpretazione di S_4 come gruppo delle simmetrie di un tetraedro. Classi di coniugio di S_n , criterio di spezzamento per le classi di coniugio in A_n . Gruppi diedrali D_n .
- Definizione di categoria, Proprietà Universali, alcuni (co)limiti notevoli: oggetti terminali e iniziali, prodotti e coprodotti, equalizzatori e coequalizzatori. Funtori e trasformazioni naturali. Esempi algebrici.
- Oggetti liberi in una categoria. Gruppi liberi, esistenza (costruzione) e proprietà universale. Chiusura normale di un sottoinsieme in un gruppo. Presentazioni di gruppi, esempi: presentazione di Q_8 , di D_n .
- Azioni di gruppi su insiemi. Esempi dall'algebra, dalla combinatoria e dalla geometria. Teorema di Cayley, equivalenza tra azioni su X e omomorfismi in $S(X)$. Teorema Orbita/Stabilizzatore. Azioni transitive. Equazione delle classi di una azione. Equazione delle classi di un gruppo.
- Teorema di Cauchy e p -gruppi. I, II e III teorema di Sylow. Esempi di applicazione dei teoremi di Sylow allo studio della struttura di alcuni gruppi finiti. Classificazione dei gruppi con $|G| < 16$.
- Teorema di classificazione dei Gruppi Abeliani Finiti (*senza dimostrazione*).

Teoria dei campi.

- Richiami di teoria dei campi: la categoria **Fld** e le sue proprietà. Teoremi di estensione monomorfismo, omomorfismo di valutazione; caratteristica e sottocampo primo. Criterio (ir)riducibilità per riduzione modulo p .
- Grado di un'estensione, teorema dei gradi. Estensioni algebriche e trascendenti, estensioni semplici. Estensioni finitamente generate. Estensioni di grado finito.
- Richiami su proprietà universale del campo delle frazioni di un dominio.
- Il campo dei numeri algebrici. Proprietà transitiva delle estensioni algebriche. Costruzione di radici. Campi algebricamente chiusi: definizione e caratterizzazione. Il campo dei numeri algebrici è algebricamente chiuso.
- Campo di spezzamento: esistenza e unicità a meno di isomorfismi.
- Polinomi separabili, criterio di separabilità. Monomorfismo di Frobenius. Teorema di classificazione dei campi finiti.
- Radici n -esime dell'unità. Radici primitive. Polinomi ciclotomici su Q e loro irriducibilità (*senza dimostrazione*).
Teorema dell'elemento primitivo (*senza dimostrazione*).