

PROGRAMMA DI ALGEBRA 2
A.A. 2019 - 20
CdL Matematica - Università di Palermo
dott. Giuseppe Metere

Parte 1

- Definizione di Categoria: esempi. Proprietà dei morfismi: frecce iso. Oggetto terminale.
- Proprietà Universali, alcuni limiti notevoli: oggetti iniziali, prodotti e coprodotti, equalizzatori. Esempi algebrici. Quozienti. Esempi algebrici: quozienti negli insiemi e nei gruppi. Funtori tra categorie.
- Gruppi liberi, definizione e proprietà universale. Gruppi liberi, costruzione. Chiusura normale di un sottoinsieme in un gruppo. Presentazioni di Gruppi.
- Azioni di gruppi su insiemi. Esempi algebrici, combinatori, geometrici. Orbite e stabilizzatori. Azioni fedeli e azioni transitive. Teorema di Cayley, equivalenza tra azioni su X e omomorfismi in $S(X)$.
- La categoria dei G -insiemi, caratterizzazione azioni transitive. Corollario (teorema orbita/stabilizzatore)
- p -Gruppi, punti fissi di un'azione, teorema di Cauchy. Teoremi di Sylow.
- Classificazione dei gruppi con $|G| < 16$.
- Teorema di classificazione dei Gruppi Abeliani Finiti (*senza dimostrazione*).

Parte 2

- Richiami di teoria dei campi: la categoria **Fld** e le sue proprietà. Teoremi di estensione monomorfismo, omomorfismo di valutazione; caratteristica e sottocampo primo. Estensioni di campi.
- Teorema dei gradi (tower law) e sue conseguenze. Estensioni algebriche e trascendenti. Estensioni finitamente generate, estensioni semplici. Richiami su proprietà universale del campo delle frazioni di un dominio.
- Proprietà universale di estensione di un omomorfismo all'anello di polinomi su un dominio. Omomorfismi di valutazione e polinomio minimo di un elemento algebrico. Aggiunzione formale di radici. Il campo dei numeri algebrici. Proprietà transitiva delle estensioni algebriche.
- Costruzione di radici. Campi algebricamente chiusi: definizione e caratterizzazione. Il campo dei numeri algebrici è algebricamente chiuso.
- Campo di spezzamento: definizione, esistenza e unicità essenziale.
- Polinomi separabili, criterio di separabilità. Monomorfismo di Frobenius. Teorema di classificazione dei campi finiti. Teorema sui sottogruppi moltiplicativi finiti di campi.
- Polinomi Ciclotomici e loro irriducibilità su Q . Teorema dell'elemento primitivo (*senza dimostrazione*).

Testi di Riferimento.

P. Aluffi, Algebra: chapter 0, G.S.M. vol 104, A.M.S. 2009.

G.Cattaneo Piacentini, Algebra. Un approccio algoritmico, Zanichelli, 1996.

T.W. Hungerford, Algebra, Springer-Verlag, 1980.

I. N. Stewart, Galois theory, Chapman All, 2003 (3rd ed).